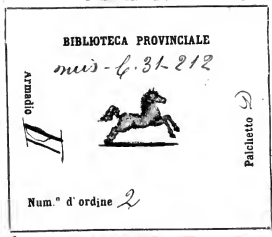
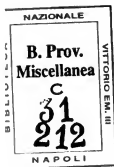


VITA E OPERE
DI
LUIGI LAGRANGE

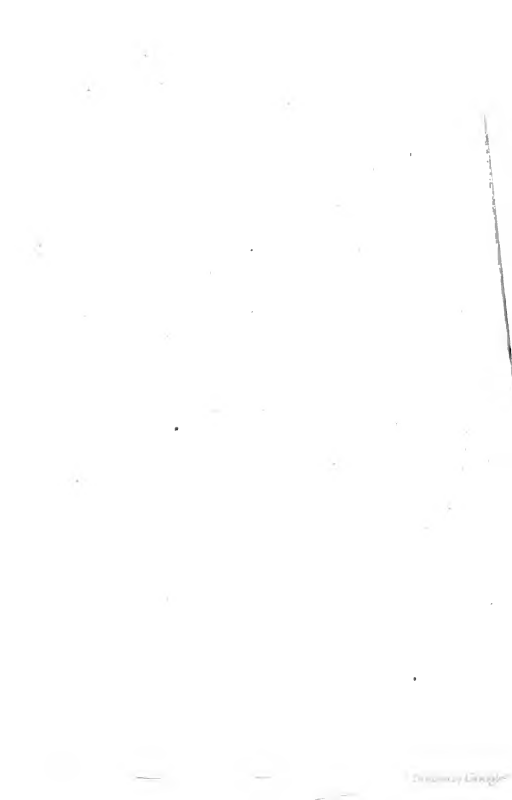




DELLA VITA E DELLE OPERE

DI

LUIGI LAGRANGE



INTORNO
ALLA VITA ED ALLE OPERE
DI
LUIGI LAGRANGE
DISCORSO

LETTO NEL R. LICEO GALILEI DI PISA

PER LA FESTA LETTERARIA COMMEMORATIVA

DAL

CAV. ANGELO FORTI

PROFESSORE DI MATEMATICHE AL R. LICEO,
E DI MATEMATICHE E MECCANICA ALLE SCUOLE TECNICHE COMUNALI DI PISA.

SECONDA EDIZIONE
ACCRESCIUTA DI NUOVE NOTIZIE

ROMA

TIPOGRAFIA DELLE SCIENZE MATEMATICHE E FISICHE

Via Lata Num. 211 A.

MDCCCLXIX



SIGNORI

Con molto senno, gl' illustri Autori dei nostri regolamenti scolastici hanno stabilito, che in ciascun anno, nel giorno solenne della distribuzione dei premii agli allievi dei RR. Licei e delle Scuole Tecniche, si ragionasse dai Professori insegnanti, ciascuno alla sua volta, della vita e delle opere di qualche italiano, resosi celebre per scienze o per lettere. Perciocchè nulla più dello specchio degli uomini eminenti, i cui nomi sono con riverenza tramandati ai posteri, può destare negli animi giovanili lo amore allo studio, e la costanza a sormontare la siepe, ond'è cinta la meta, che è il sapere profondo. E, come un padre al figliuolo minore, adduce in preferenza ad esempio, la virtù del fratello o degli avi della propria famiglia, perchè più da vicino l'interessano,

alla gioventù italiana, è utile rammentare i suoi antenati benemeriti, che, sommi e numerosissimi furono. Ed infatti, messo anche da parte l'amore di patria, si può affermare, senza tema di essere smentiti, che nella celebrità della nostra Italia, entri in massimo grado, l'alto suo genio in ogni ramo dell'umano sapere. La storia è là, che lo dice; dei tempi remoti, come di quelli di mezzo, ad onta del contagio degli altri popoli, i quali nella inerzia, o nella più oscura barbarie, infrattanto vivevano. Le leggi civili vi ebbero origine e sede; le arti belle vi erano e vi sono tuttora apprese, persino dagli stranieri; il commercio e l'industria vi fiorivano a segno, da rendere principesche le dovizie delle famiglie fiorentine, genovesi e veneziane. Le si deve la scoperta di mondi intieri; esempi copiosi di fatti eroici, di virtù morali, di coraggio civile. I suoi poeti, i suoi oratori, sono stati i maestri di tanti popoli che la circondano; l'aritmetica e l'algebra ebbero vita da Leonardo Pisano. Nei tempi moderni; il principio sperimentale ed intieri rami di fisica, come la meccanica, l'ottica, la elettricità, sono dovuti ad esperienze classiche di scienziati italiani.

Voi avete udito, or sono due anni, da un vostro Professore, narrare con molto sapere la vita del nostro Galileo, e l'anno decorsò, da altro mio collega, con non minore ingegno e dottrina, quella di Giovanni Battista Niccolini. Quest'anno essendo toccato a me l'onore di fare il discorso, ho stimato utile di dargli per argomento il nome di un nostro Geo-

metra eminente, il quale resosi celebre sino dalla sua età giovanile, ha finito per tenere in Europa lo scettro delle matematiche. Intendo alludere a Luigi Lagrange. Debbo però confessare, che nella scelta di questo nome illustre, sono rimasto per un poco titubante; perciocchè, nè la mia parola, nè lo scarso mio ingegno hanno virtù conveniente a farne l'elogio; e, nè anche potendo, sarebbe stato opportuno discutere in quest'aula i suoi studii trascendenti colla estensione che meritano. Valse ad infondermi coraggio il pensiero: che chiunque professi matematiche in Italia, non può essere muto della storia del sommo analista, che ne fu lo splendore; sopra tutto quando ricorrano circostanze solenni, per cui si debba rivolgere la parola alla gioventù, che alla carriera degli studii si dirige. A questo movente si aggiunse un fatto, che ha finito per decidermi. La Francia, la quale ha ospitato, ed onorato sin quasi al culto, il nostro Geometra, e che trae da ciò argomento per appropriarsi la sua cittadinanza, intende, all'ora che parlo, di erigergli un monumento, con fare, una splendida edizione di tutte le sue opere, a spese e col concorso degli illustri suoi dotti. Nel mentre che è debito di giustizia apprezzare le ragioni di quella nobile nazione, è altresì giusto che difendiamo i diritti d'Italia, e che al culto degli stranieri a tanta memoria, uniamo il nostro. Ed è appunto per ciò, che mi sono proposto di richiamare alla vostra mente le opere sue, con riflessioni poste a livello dei vostri studii; ed in quanto alle notizie della sua vita,

raccogliere le più interessanti, le quali si trovano disseminate in varie biografie dell'autore, soprattutto in quella del Delambre e nella più recente del Conte Menabrea, dottissimo generale italiano, e Presidente attuale del Consiglio dei Ministri di Sua Maestà.

Giuseppe Luigi Lagrange nacque a Torino il 30 Gennajo dell'anno 1736, da una famiglia originaria della Turenna, provincia francese. Il suo avo, dopo di avere militato col grado di capitano di cavalleria al servizio di Luigi XIV, venne a stabilirsi in Piemonte, chiamato dal re Carlo Emanuele II, il quale poi lo gradì fidanzato alla signora Conti, appartenente ad una cospicua famiglia di Roma. Suo padre, Giuseppe Luigi, si era dato ai pubblici impieghi, ed occupava il posto di tesoriere di guerra della città di Torino. Di undici figli ch'egli ebbe da sua moglie Maria Teresa Gros, figliuola unica di un ricco medico di Cambiano, non sopravvisse che il primogenito, che era Luigi, e l'ultimo nato. Alcune disgrazie di commercio avendo distrutta la maggior parte delle sue fortune, egli pensò di dirigere il figlio maggiore agli studii legali. Per compiacere suo padre, il giovinetto Luigi aderì a farsi avvocato e passare eziandio qualche ora del giorno nello studio di un procuratore. Nel periodo de'suoi studii elementari, ne quali ebbe a maestro il Cardinale, allora Padre Gerdil, egli prese passione per Cicerone e Virgilio; ma quando, sotto la scorta del Beccaria e di Revelli, cominciò a studiare fisica e geometria, diede tosto a divedere che la natura lo aveva chiamato per le scienze esatte.

Fattosi familiare ne' metodi sintetici di Euclide, egli se ne serviva in tutte le sue ricerche scientifiche, e li dichiarava preferibili agli algebrici. Ben presto però una mente così svegliata doveva convincersi, che la sintesi, per quanto sia elegante ed ingegnosa, non può reggere al confronto dell'analisi, la quale, come apparisce persino dagli elementi, offre colle sue formole, insieme alla risoluzione di un problema o alla dimostrazione di un teorema, il mezzo altresì di discuterle e di ricavarne una serie di conseguenze, che, senza di esse, sfuggirebbero. Egli piegava dunque verso l'analisi, quando gli capitò per le mani una Memoria di Halley, che poneva in evidenza la superiorità dell'analisi sulla sintesi. Questa Memoria ebbe l'onore di porre definitivamente Lagrange nella via per la quale era nato.

Senza la scorta di maestri, si trovò capace alla età di diciassette anni, nel tempo stesso che studiava legge, d'intendere e rendersi proprie le opere di Newton, di Eulero, di d'Alembert, e dei Bernouilli, non ommettendo le *Istituzioni analitiche* della bella e celebre Agnesi, (1) nome grato alle dotte signore di Milano. A diciotto anni, egli era di già Professore

(1) *Gaetana-Maria Agnesi* nacque a Milano nel 1718. Suo padre era Professore di Matematiche all'Università di Bologna. All'età di nove anni essa conosceva il latino, e a undici il greco. Nel 1750, suppliva il padre nella cattedra, per decreto espresso del Papa Benedetto XIV. Cessò di vivere nel 1799. Il suo trattato del *Calcolo differenziale e integrale*, meritò di essere tradotto in francese e commentato da Bossut. Accoppiò a raro sapere, le più splendide virtù. La storia delle matematiche registra un solo altro nome del bel sesso, meritevole di stare a confronto dell'Agnesi: è quello

alla scuola reale di artiglieria di Torino, ed in corrispondenza col grande geometra di Basilea, allora Direttore della Reale Accademia di Berlino. Quest'Accademia, fondata da Leibnizio, era salita, sino da quell'epoca in isplendore, anche mercè gli auspicj di Federigo il grande. Meritano di essere segnalate le Memorie, che valsero al giovinetto Lagrange il posto di Professore, e la relazione con Eulero, perciocchè da esse ha origine la sua fama europea. Ma prima, debbo fare speciale menzione di una sua lettera al Conte di Fagnano (1), che porta la data del 23 Luglio 1754; la quale è resa celebre nella storia scientifica di Lagrange, così per l'alto genio che vi traluce, come per essere la sola, ch'egli abbia scritto in idioma italiano. In essa, è fatto il confronto della serie Newtoniana del Binomio, con una sua, non meno generale, per lo sviluppo delle derivate delle funzioni. Come la prima è atta ad elevare a qualunque potenza la somma di due, e conseguentemente di quante si vogliano quantità, e ad estrarre di esse una radice qualsiasi, e ciò solo col porre l'esponente uguale ad un numero intiero o ad uno fratto, conforme il grado della potenza, o della radice; nella stessa guisa, la serie di Lagrange offre il mezzo di differenziare il prodotto di due, e quindi di quante

della greca *Ipazia*, soprannominata *la filosofa*, nata in Alessandria di Egitto verso il 370 dell'era volgare e morta lapidata nel 415, per fanatismo, di popolo barbaro.

(1) Un esemplare rarissimo di questa lettera, è posseduta dall'illustre Principe Don Baldassarre Boncompagni; e debbo alla sua cortesia il piacere di averla avuta sottocchio.

variabili si vuole ed anche d'integrare il prodotto stesso, ponendo l'esponente, uguale ad un numero intero e positivo nel primo caso; intero e negativo nel secondo, in corrispondenza del grado dato del differenziale o dell'integrale. E qui si noti bene, che l'osservazione importantissima che gli esponenti negativi del suo canone, somministrino collo sviluppo Newtoniano gl' integrali de' vari ordini, era fatta da Lagrange alla giovine età di diciotto anni; mentre sappiamo che Leibnizio, autore dell'argomento stesso sino dal 1645, non aveva avvertita questa proprietà che verso il 1694, in seguito di una sua corrispondenza con Giovanni Bernouilli, la quale era affatto sconosciuta da Lagrange (1). Dopo ciò, passiamo alle Memorie. La prima si aggira sui *massimi e minimi*, e sul *calcolo delle variazioni*, il quale comprende il problema: *data una superficie, determinare la linea più breve, che si può condurre tra due de'suoi punti*; la seconda *sulla integrazione delle equazioni differenziali a differenze finite* e che contiene la teorica delle *serie ricorrenti*; serie, di cui voi avete considerato un caso semplicissimo nelle progressioni geometriche; la terza *sulla*

(1) Riferisce Arago nel suo Elogio di Fresnel, che Lagrange soleva raccontare, come egli, avendo per caso ritrovato nelle opere di Leibnizio la scoperta, che faceva soggetto della sua lettera al Conte di Fagnano, fosse preso da rammarico tale, da cadere in isvenimento, ed essere stato in procinto di abbandonare le matematiche. Per buona sorte, l'abbattimento fu passeggero, e non valse a distorre il giovinetto dal sentiero, che lo doveva poi condurre all'apice della gloria! Vedi nota I^a in fondo.

natura e propagazione del suono. Eulero, che aveva già pubblicata un'opera rinomatissima sugli *isoperimetri*, i quali rientrano nella prima delle citate Memorie, divenne entusiasta del suo giovine rivale; tanto più che essendosi egli stesso accorto, abbisognare il suo lavoro di una più completa soluzione, aveva su di esso richiamato invano l'attenzione dei dotti per bene dieci anni. Ora Lagrange, avendo risposto all'appello, e per di più, intitolato a lui stesso il suo classico lavoro, stima e riconoscenza volevano ch'egli lo rimeritasse. Eulero, per prima cosa, lo fece nominare membro dell'Accademia di Berlino. Ecco un frammento della lettera con cui egli gli annunzia questa nomina onorevolissima: « La vostra soluzione » del problema degli isoperimetri, non lascia nulla » a desiderare; e molto mi compiaccio che questo soggetto, di cui io mi era, quasi solo occupato, dopo » i primi tentativi, sia stato portato da voi al più » alto grado di perfezione. L'importanza della materia mi ha eccitato a tracciarne, col soccorso dei » vostri lumi, una soluzione analitica, alla quale io » non darò nessuna pubblicità, sino a che voi abiate pubblicato il seguito delle vostre ricerche, » per non togliervi alcuna parte della gloria che » vi è dovuta ».

Era degna di ammirazione la scuola in cui Lagrange professava; egli era il più giovine di tutti i suoi scolari e ne riscuoteva continui segni di stima e di ossequio. A vent'anni, egli si propose, ad imitazione di Leibnizio, di fondare a Torino un'Acca-

demia di Scienze, ed a quest'uopo si associò il Dottor Cigna, valentissimo medico, ed il cavaliere, indi Marchese di Saluzzo. Sotto gli auspicii del Duca di Savoia, la nuova Accademia cominciò a pubblicare il suo primo volume nel 1759. In esso si distinguono in prima linea, le tre Memorie, citate di sopra, del giovine fondatore. I giornali scientifici di tutta Europa riportavano e commentavano a gara queste Memorie, tanto che il nome dell'Accademia di Torino si rendeva celebre fino dal suo nascere. In Francia, nel *Journal étranger* del Maggio 1760, apparve, intorno alla terza Memoria, un'analisi dettagliata del Montucla, la quale fa risaltare le conseguenze importanti tratte da Lagrange dalle sue formole, così rispetto alla velocità del suono, come al suo diffondere intorno al corpo vibrante; alla estensione della fibra elastica, e quindi alla formazione degli echi semplici e multipli. Molti di questi fatti si conoscevano sperimentalmente; ma averli dedotti per via di analisi, ha un pregio irrecusabile.

In quel frattempo l'Accademia Reale delle Scienze di Parigi proponeva un premio a chi avesse data la teorica matematica della *librazione della luna*. Per farvi sentire l'importanza del quesito, dirò alcune parole relative a questo fenomeno. Il movimento della luna intorno al proprio asse, è uniforme; se dunque la sua ruotazione intorno alla terra fosse esattamente uniforme e proporzionale, essa non presenterebbe al nostro pianeta che la stessa metà della sua superficie. Ma siccome il moto della luna nella sua or-

bita, ora è meno celere, e ora lo è più, a seconda della varia sua distanza dalla terra, questa costanza di emisfero visibile, non può verificarsi. Di qui è, che nel tempo della ritardazione, essa ci mostra all'oriente alcuni punti, che prima non si vedevano, mentre altri verso l'occidente, ci debbono sparire. Un'altra circostanza vi cospira. L'asse di ruotazione della luna non è perpendicolare al piano dell'orbita, per cui essa ci deve mostrare, in ordine alternato, ora più uno dei suoi poli e ora più l'altro. Finalmente una terza causa della librazione, si ha dal non essere l'osservatore al centro della terra, al quale l'emisfero lunare è rivolto, ma sulla superficie. Questo fenomeno scoperto in parte da Galileo; indi più completamente da Hevelius e dal Riccioli, ricevette una prima spiegazione soddisfacente dal nostro Cassini; ma la teorica matematica, ne fu data da Lagrange. Un corollario, ne è stata la determinazione della inclinazione dell'equatore lunare sulla eclittica, e la ragione della coincidenza dei nodi dell'equatore e dell'orbita lunare. Egli aveva ventotto anni, allorchè riceveva dall'Accademia di Francia il grande premio promesso per questa teorica.

Verso il 1766, il Marchese Caracciolo, ambasciatore di Napoli presso la Corte di Torino, essendo stato destinato dal suo Governo all'ambasciata di Londra, pregò Lagrange di essergli compagno di viaggio. Lagrange accettò di buon grado l'invito, e giunto a Parigi, fu ricevuto con entusiasmo da moltissimi scienziati, tra i quali, D'Alembert, Clairaut,

Condorcet, Fontaine, Nollet e l'abate Marie. Per isventura, dopo alcuni giorni, egli ammalò gravemente ed intanto Caracciolo, avendo ricevuto ordine di partire senza più indugio per la sua ambasciata, fu costretto, con molto suo rammarico, a lasciare l'amico, non senza però di aver prese tutte le misure, perchè non gli mancasse la più accurata assistenza. Guarito felicemente, un nuovo trionfo attendeva a Parigi il nostro Geometra. Erà stato proposto dall'accademia di Francia un altro grande premio per la *teorica dei movimenti dei satelliti di Giove*. Questo problema doveva necessariamente racchiudere l'altro famoso, conosciuto col nome del *problema dei tre corpi*; pel quale tanto onore riscossero Eulero, Clairaut, D'Alembert, e Bailly, che lo avevano applicato alle perturbazioni della luna, attratta dalla terra e dal sole. Il problema dell'Accademia era però ben più difficile; perciocchè i corpi in azione vi sono sei, e si trattava di determinare i movimenti esatti di Giove, perturbato continuamente nel suo cammino, intorno al sole, da' suoi quattro satelliti. Il tempo stabilito pel premio essendo stato breve, Lagrange presentò un lavoro, che aveva d'uopo in varie sue parti di maggiore sviluppo; tanto è ciò vero, ch'egli lo chiuse con prometterne un altro, il quale servisse a completare il primo. La risoluzione di questo problema gli porse agio a perfezionare le tavole di Giove e a determinare più facilmente le longitudini in alto mare. L'Accademia gliene conferiva il premio, e questa dolce

notizia gli era partecipata dall'ambasciatore Sardo a Parigi, il quale coglieva questa circostanza per dargli le più ampie assicurazioni dell'appoggio del suo Sovrano.

Infrattanto Lagrange pubblicava un'altra Memoria, la quale è resa celebre negli Annali della scienza, perchè valse a dileguare per sempre il sospetto che, intorno al cataclisma della caduta futura dei pianeti sul sole, teneva sospesi gli animi: voglio dire delle perturbazioni secolari dei pianeti. Voi sapete, che oltre a perturbazioni spesse e manifeste, i pianeti ne subiscono altre, le quali si dicono *seculari*, perciocchè esse non ci si rendono visibili che in epoche assai lontane una dall'altra. Tutti i Geometri, dopo Newton, si erano occupati dei lentissimi, ma pur effettivi cangiamenti delle inclinazioni delle orbite, delle loro eccentricità, dei loro nodi e dei loro perielii. Lagrange, colla scorta del principio generale di gravitazione, e della conoscenza delle orbite in un dato istante, determina, con un'analisi nuova e rigorosa, ciò ch'esse sono state nei secoli trascorsi, e ciò che saranno in tutti i secoli futuri. Egli prova, che in mezzo alle variazioni secolari, che ho rammentate, i grandi assi dei pianeti e i loro movimenti medii, si mantengono costanti; tanto che la posizione del nostro sistema planetario relativa al sole, resta incrollabile.

Lagrange tornava a Torino e già vi riprendeva i suoi sublimi lavori, quando avveniva a Berlino un fatto che doveva decidere della sua carriera. Eulero

che aveva succeduto a Maupertuis alla direzione dell'Accademia, erasi deciso di ritornare a Pietroburgo. Federigo II, veduto che non gli era più possibile di trattenerlo, (1) si diresse a D'Alembert per pre-

(1) L'autorizzazione di lasciare Berlino per stabilirsi a Pietroburgo, fu conseguita da Eulero con molta difficoltà, come lo prova la lettera seguente scritta a lui da Federigo II, il 17 di Marzo del 1766:

« Avendo ricevuto la vostra lettera del 15 di questo mese, » colla quale voi sollecitate, come avete fatto con due altre lettere precedenti, il vostro congedo; io sono fermo a significarvi, » che voi mi farete piacere di desistere da questa domanda, e di » non scrivermi più su questo soggetto ».

Infine non potendo più resistere alle istanze di Eulero, il Re gli scrisse il 2 di Maggio una lettera di sole due righe, concepita nei termini che seguono:

« Vi permetto, in seguito della vostra lettera del 30 Aprile ultimo decorso, di lasciare Berlino per andare in Russia ».

Abbenchè eccessivamente tenue, merita che si sappia la cagione della controversia di Eulero con Federigo. L'Accademia di Berlino pubblicava ogni anno un *Almanacco*, la cui rendita formava una delle sue maggiori risorse; tanti erano i lettori che attiravano le sue notizie astronomiche, statistiche, astrologiche; le biografie e in fine i suoi versi, ritenuti generalmente di Voltaire. L'Accademia riceveva per esso da un librajo 50000 franchi all'anno. È avvenuto, che un altro più ricco ne offerisse 70000, a condizione però di sopprimere i profitti, che il cassiere dell'Accademia si era riservati sino allora. Eulero si oppose con insistenza a questo nuovo contratto, evidentemente per non recar danno al cassiere, cui sembra, ch'egli fosse molto affezionato. L'Accademia sottopose la causa al giudizio del Re, il quale non tardò di dar torto al Direttore, con una lettera, che conteneva, a dir vero, qualche frase ironica. Ecco la lettera:

« Vi sono grato dei dettagli, di cui m'informate colla vostra » lettera del 13 di questo mese, relativamente alle rendite e alle » spese dell'Accademia. Sul conto di esse, debbo però farvi notare, che siccome gli almanacchi costituiscono una delle principali rendite dell'Accademia, non giova prendere pensiero di » Kohler, ma piuttosto attendere ai sedici mila scudi. Ciò mi

garlo a farsi capo di quell'Istituto eminente. D'Alembert, che non volle mai acconsentire di lasciare Parigi, declinò quest'onore e propose Lagrange. Per felice coincidenza, Eulero aveva fatta già la stessa proposta al Re. Il fatto di questa coincidenza, che ha importanza, risulta dalla storia segreta della Corte

» sembra più ragionevole del vostro avviso; ed io che non so
» punto calcolare le curve; so, nondimeno, che sedici mila scudi
» di rendita, valgono più di tredici. »

L'acquisto di Lagrange, avvenuto, come dirò nel testo, poco tempo appresso, restituiva il buon umore a Federigo. Egli infatti scriveva a D'Alembert: « Il sig. Lagrange deve giungere a Berlino; egli ha già ottenuto il congedo che sollecitava, » ed io sono debitore alle vostre cure ed alla vostra raccomandazione, di avere potuto sostituire nella mia Accademia, ad un » geometra monoculo, un altro geometra, che ha due occhi..... » Il sig. Eulero, che ama oltremodo la grande e piccola Orsa, si » è avvicinato al nord, per poterle osservare con più agio. Un va- » scello che portava l' x e la z ; l' h e la k , ha fatto naufragio. » Tutto è perduto, con danno gravissimo: perciocchè esso aveva » materia da riempire sei volumi in foglio di memorie in cifre, » da cima a fondo, e l'Europa sarà verosimilmente privata del dol- » ce piacere di siffatta lettura ».

Ma sia o no, che Federigo, appassionato per le lettere, sentisse dispetto di tale naufragio, il fatto sta che il grande Ginevrino, trovava a Pietroburgo sì festosa accoglienza da riconciliarlo con la Russia, cui egli poco prima dava l'epiteto di barbara. Il suo viaggio insieme alla sua famiglia veniva effettuato, per espresso ordine di Caterina, a piccole giornate e senza spese di sorta. Una casa perfettamente mobiliata ed abbastanza vasta, era il primo segnale ch'egli riceveva in regalo del ben venuto. V'era persino un cuoco dell'imperatrice, il quale aveva la istruzione di servire Eulero e la sua famiglia sino al momento in cui potesse essere sostituito. Eulero era tosto nominato Direttore dell'Accademia; un suo figliuolo, segretario; un altro, che esercitava medicina, riceveva un assegnamento annuo dallo Stato; infine un terzo figliuolo, ufficiale al servizio di Federigo, e che questi riteneva con insistenza a Berlino, otteneva il suo congedo, in seguito di reiterate istanze di Caterina, e riceveva a Pietroburgo il brevetto di capitano di artiglieria.

di Berlino. Il Re vi acconsente, e fa scrivere dal suo ministro Finckenstein la lettera seguente al Conte di Viry, allora ambasciatore Sardo a Berlino. « S. M. » mi ordina di indirizzarmi a V. E., nella speranza » che Essa vorrà procurare al Sig. De Lagrange il » permesso di stabilirsi in Berlino. La Maestà Sua » considera questo atto di compiacenza per parte del » vostro Sovrano, come un segno di amicizia, al » quale essa sarà molto sensibile, e che cercherà di » riconoscere all'occasione, con tutti i servigi, che » da essa dipendono ». Essa porta la data del 14 Giugno 1767. Una lettera così obbligaute, congiunta alla intimità che esisteva in quel tempo tra le due Corti, fece sì, che Carlo Emanuele III aderisse, benchè molto a malincuore, a lasciar partire Lagrange. Egli uscì da Torino il 6 di Novembre, all'età di trent'anni, e da quel giorno, l'Italia non lo ha più riveduto. Nell'elogio di Lagrange letto a Torino il 15 Giugno 1867 dal Conte Menabrea, ho trovato con compiacenza una rettificazione intorno ad un episodio di questa partenza, il quale ha menato rumore. D'Alembert aveva consigliato per lettera Lagrange ad assumere a Berlino il posto di Eulero. La frase dell'invito, che si suole generalmente citare, è questa: « è duopo che il più grande dei geometri di » Europa, si trovi appresso al più grande de' suoi » Re ». Di quì la illazione, che il Re Carlo, non siasi opposto alla partenza di Lagrange, per dispetto di quella frase. Ora il vero testo della lettera di D'Alembert, che porta la data del 26 Aprile, è in-

vece il seguente: « Sarei lieto di aver fatto fare » ad un gran re, l'acquisto di un grande uomo ». Dopo questa rettificazione, s'intenderà quanto sieno indebite le parole del Botta, allorchè rimprovera il re Carlo e il suo ministro Bogino, di non aver saputo far altro che martirizzarsi sui conti dello Stato; perdendo intanto di vista un' aquila generosa, che sdegnosa di palustre limo, a più propizii luoghi s'innalzava. Fatt'astrazione della munificenza storica di Carlo Emanuele, del suo valore militare dimostrato a Guastalla, e del ristoro che ebbero da lui gli studii nel Piemonte; le cure, ch'egli, d'accordo col suo ministro, mise alle finanze dello Stato, valsero a preparare all'Italia alti destini.

Ora, ritornando a Lagrange, dirò, che nel periodo di venti anni ch'egli fu Direttore della classe di matematiche dell' Accademia di Berlino, arricchì quel celebre Repertorio di oltre sessanta Dissertazioni sopra tutte le parti del calcolo. Nel discorso famoso che fece nel Novembre del 1766, in occasione che prendeva possesso del suo posto, egli aveva promesso in termini solenni, di lavorare indefessamente pel progresso della scienza. Il processo verbale che fa menzione di questa seduta solenne, dà a Lagrange i nomi di Lagrange-Tournier. Lagrange sentiva in sè la forza di mantenere la sua parola. Nè si creda, che a Berlino, egli obbliasse la patria; perciocchè la sua mente inesauribile, associata ad un'attività, che in pochi altri genii ha riscontro, gli porse facoltà di fornire alla sua Accademia di Torino alcune Memorie celebri.

Di queste, citerò a preferenza con maggiore dettaglio, una sull'ottica, così per l'importanza del soggetto, come perch' essa mi offra occasione favorevolissima di far menzione di altro eminente Geometra, che, or compie un lustro, ha cessato di vivere tra noi, in mezzo al cordoglio universale: voglio dire del Prof. Senatore Mossotti, la cui salma riposa nel celebre Panteon di questa inclita città, e vi è distinta da un monumento magnifico, che esprimerà in perpétuo, il genio divino che la animava un dì (1).

Lo studio del corso di un raggio luminoso attraverso di uno strumento ottico, ha messo alla prova la perizia di sommi matematici e in particolare di Eulero. Se non che, in questo genere di studio, egli non è stato troppo felice. Il celebre Dott. Young, in una storia succinta che fece dell'ottica, si esprime alquanto severamente contro quel grande Geometra. Egli dichiarò i suoi lavori sulle lenti, intricati, e prolissi oltre il bisogno. Questo giudizio, darebbe a divedere che il dotto inglese avesse avuto in mente un processo più idoneo all'uopo di quello di Eulero; ma disgraziatamente, nulla, intorno alla teorica degli stromenti ottici, si è trovato tra'suoi preziosi manoscritti.

(1) Il monumento del Mossotti, opera del Cav. Giovanni Duprè, fu eretto a Pisa il dì 16 Giugno 1867 nel Camposanto urbano. Simbologgia l'Astronomia in atto di pensare. L'elogio era pronunziato dal dotto Prof. De Benedetti, collega e concittadino dell'illustre scienziato, alla presenza delle Autorità, del Municipio, dei Presidenti del Senato e della Camera dei Deputati, e di grandissimo concorso di Professori, di allievi e di persone di ogni classe. L'epigrafe, dettata dal Senatore Centofanti e il *Corpus conditum* dal Cav. Prof. Ferrucci, rammentano col loro stile, il bel secolo della letteratura italiana.

Lagrange prese a trattare questo soggetto per mezzo della geometria analitica, lasciando da parte i metodi sintetici, di cui, i più de'suoi predecessori, si valsero. Chi consulta le Memorie dell'Accademia di Berlino degli anni 1778 e 1803, in cui la sua teoria sulle lenti è stata pure inserita, vedrà, com'egli colla conoscenza dell'angolo che il raggio luminoso fa con l'asse dello strumento all'ingresso nella prima lente, e della distanza dall'asse stesso del punto radiante, determini la relazione che sussiste fra questi due elementi ed altri due, che sono: l'angolo del raggio emergente con l'asse, e la distanza da questo, del punto di intersezione con l'ultima lente. Codesta relazione lo conduce ad un'altra semplicissima, che dà il valore dell'*amplificazione* dello strumento, conseguibile in pratica in modo assai facile, come risulta dal teorema nuovo ed interessante con cui Lagrange chiude il suo lavoro: « Nello stesso » modo che vi è in meccanica la legge generale » delle velocità virtuali, colla quale si può conoscere l'aumento di forza prodotto da una macchina, senza conoscere la sua natura o costruzione, » ma colla semplice ragione delle velocità simultanee del punto a cui è applicata la potenza, e del punto, al quale questa potenza è trasmessa dalla macchina; così si può dire, che vi è in ottica una » legge analoga, colla quale, senza conoscere la disposizione interna di un telescopio o di un microscopio, si può giudicare della sua forza, col » semplice rapporto del diametro dell'apertura

» *dell'obbiettivo al diametro dell'apertura dell'oculare.* »

Una notevole restrizione esiste però nella teorica di Lagrange, e questa consiste nel trascurare i raggi di luce incidenti, che non sono situati nel piano dell'asse. Ora noi sappiamo per esperienza, che questi raggi sono numerosissimi ed efficaci. A questa omissione provvede Biot, ed analiticamente, con un'opera completa, il Prof. Mossotti, il quale è pervenuto così, a formule tutte nuove, che si prestano mirabilmente al calcolo di lenti acromatiche.

Oltre all'ottica, v'erano delle quistioni di alta importanza scientifica, le quali avevano stancato grandi geometri e tuttavia rimanevano senza soluzione. Un genio eminente si sente come istigato a mettere da parte altre indagini, per vincere una palma contrastata da avversarii illustri. Così, per es., restava indeciso fra Daniele Bernouilli, Kraft, d'Alembert e Bossut, quale fosse la giusta misura dell'urto di una vena fluida contro un piano. Lagrange prende a trattare il soggetto sotto un punto di vista tutto nuovo; consulta le esperienze, scorge la verità attraverso le loro contraddizioni, o inesattezze inevitabili e dà un risultato, cui fecero poi plauso i Michelotti, i Lorgna e i Zuliani.

La teorica generale del moto dei fluidi era stata trattata da d'Alembert in alcune eccellenti dissertazioni premiate dall'Accademia di Francia. Il soggetto pareva esaurito, allorchè Lagrange, mal sopportando lavori parziali, e una Idrodinamica quasi separata

dalla Dinamica universale, intraprese a connettere le sue fila e farne un solo ramo di scienza. È inutile dire com'egli vi riuscisse, tanto da far prendere all'Idrodinamica il posto che le spetta nella sua futura Meccanica.

Nell'orologio s'impiega una specie particolare e una combinazione di forze difficili a calcolarsi. Lagrange pubblica una famosa Memoria sulla elasticità delle molle, e coglie questa occasione per investigare la forma che si conviene dare al *fuso*. Le conclusioni di questa Memoria sono ben lungi dalla pratica, tanto che sembra che gli orologiai ne abbiano ben poco profittato.

Stava a cuore a Lagrange, sino dalla sua prima gioventù, l'analisi di Diofanto, la quale, benchè trattata con mano maestra da questo primo autore dell'algebra, non era salita a quel livello che meritava. Essa non comprendeva infatti, che i problemi indeterminati di primo grado. E benchè Eulero ne avesse già dilatati i confini, Lagrange si applica tanto su questa teorica, da introdurvi preziosi teoremi, come ne fanno fede Legendre e Gauss ne'loro scritti sopra lo stesso soggetto.

Così pure la teorica dei numeri, si trovava al tempo di Lagrange, presso a poco, nel medesimo stato in cui trovavasi la geometria, prima di Cartesio. Quel ramo importantissimo di algebra, mancava eziandio del linguaggio suo proprio, non che dei mezzi diretti di analisi generale; ogni teorema vi era dedotto da induzione particolare e remota, oppure da

fortunata combinazione di proprietà affini, già conosciute. Dobbiamo veramente a Gauss, la elevazione di questo soggetto a completa teorica; ma egli stesso, nella sua abituale sincerità, ha dovuto rendere giustizia a Lagrange, annoverando i materiali che questi gli aveva preparato nel nuovo e spinoso sentiero.

La vita privata tenuta da Lagrange a Berlino, merita di non essere passata sotto silenzio. Il posto ch'egli occupava all'Accademia, era uno dei più eminenti di Prussia. È facile concepire, come un paese così ricco di uomini dotti, dovesse da prima risentirsi nell'amor proprio, vedendo quel seggio occupato da uno straniero. I talenti superiori di Lagrange, lo strepito delle sue Memorie, il rispetto alle opinioni di tutti, infine il suo fuggire gli splendori della Corte, nella quale, al pari di Voltaire e di altri letterati, avrebbe potuto essere famigliare, valsero a procurargli, insieme alla stima, l'affetto universale. Federigo II lo chiamava *filosofo senza strepito*.

Un unico fatto di controversia si può citare che abbia avuto Lagrange in tutto il corso di sua vita, ed anche in esso rifulsero le sue virtù. Il geometra francese, Fontaine, che al dire dello stesso Delambre, riuniva a molta sagacità, un amor proprio ancora più grande e un'incuria a studiare le opere altrui, pretese di avere insegnato ai geometri, le condizioni, che rendono possibile il *tautocronismo* (1) e per di

(1) Si chiama linea *tautocrona*, quella che ha la proprietà: che lasciando cadere un grave lungo la sua concavità, esso impiega

più di avere col suo calcolo esaurito l'argomento. L'anno appresso a quella pubblicazione, Lagrange inseriva negli atti dell'Accademia di Berlino una Memoria, dalla quale risultava erronea siffatta pretensione; poichè nel tempo ch'egli vi espone i criterii, cui debbono soddisfare le forze acceleratrici per far sussistere il fenomeno, dà risalto alla particolarità della ipotesi, a cui aveva dovuto ricorrere Fontaine, affine di conseguire i suoi risultati. Due anni dopo di questa sconfitta, Fontaine assale Lagrange a proposito della teorica dei massimi e minimi, e lo accusa di *essersi smarrito nella nuova via ch'egli aveva tracciata, per effetto di non aver bene intesa la sua teorica*. E quasi queste parole non bastassero, aggiunse: *avere Lagrange preso inganno, così nelle sue asserzioni, come ne' suoi calcoli*. Lagrange nella sua risposta, si mostra alquanto sorpreso di queste espressioni poco convenienti, cui certo non era abituato, e fa intendere, che pur volendo usarle, si doveva accompagnarle da ragioni *buone o cattive*. Che dal canto suo, nell'asserire che i Geometri erano da lunga mano in cognizione dei teoremi di Fontaine, e delle loro generalizzazioni, non aveva punto inteso di offendere il suo collega, portando invece opinione ch'egli sarebbe stato perfettamente al caso di scuoprire da sè quelle cose nuove. Chi confronta la cortesia di questa risposta coll'acerbità della

uno stesso tempo per giungere al suo punto più basso, qualunque sia il punto della curva da cui è fatto cadere. La cicloide è una curva tautocrona, e deve a questa sua proprietà l'averla Huyghens proposta pei pendoli degli orologi, affine di rendere *isocrona* le loro oscillazioni.

provocazione, intenderà quanto risplendenti fossero le virtù di Lagrange, e come fosse d'altronde consentaneo a se stesso l'altro uomo, il quale, parlando di sè, confessava, *avere l'abitudine di studiare la vanità degli altri, per ferirla all'occasione*. Ma lasciamo Fontaine, sul riguardo di questa disputa, per cui inflisse censura lo stesso Condorcet nell'elogio che lesse di lui sulla sua tomba, e proseguiamo nelle gloriose notizie del nostro celebre concittadino.

La solitudine della vita domestica, determinò Lagrange ad abbandonare il celibato. Scelse a compagna, una sua cugina di Torino, la signorina Conti; ma ebbe la sventura di perderla, non molto tempo appresso. È commovente la storia delle cure profuse da Lagrange alla giovine sposa, nel tempo della sua malattia, e come si studiasse di coordinare le sue idee di medicina, con quelle dei medici curanti, per la ricerca di farmaci, salutari all'infelice inferma.

Per distrarlo dal cupo dolore, in cui cadde in seguito della morte di lei, e per di più dell'unico figliuolo che ne aveva ritratto, i suoi amici non trovarono altra via che parlargli di studii e consigliarlo a riprendere i suoi lavori. Lagrange accettava il consiglio, e dava così compimento alla sua *Meccanica analitica*, il cui concetto sembra che rimonti al tempo della sua Memoria sui massimi e minimi, la quale fu seguita dall'altra, intorno al movimento dei proiettili in un mezzo non resistente. Egli affidava la copia del suo manoscritto al sig. Duchatelet, con l'istruzione di consegnarla a Parigi al suo amico Ma-

rie. L'episodio dell'edizione di questa opera, la quale doveva poi meravigliare i dotti, sembrerà inverosimile al dì d'oggi, in cui i libraj offrono somme considerevoli agli autori di romanzi o di libri, che, bene esaminati, poco di nuovo racchiudono. Non v'era a Parigi un tipografo, il quale volesse assumersi l'incarico dell'edizione della Meccanica analitica, per timore di non trovare chi poi la comprasse; tanto che, il dotto abate, se ha voluto favorire l'amico e la scienza, ha dovuto firmare un foglio, col quale si obbligava di assumere la spesa di tutte le copie, che fossero, dopo un certo tempo, rimaste invendute. E perchè la stampa riuscisse corretta, egli pregava Legendre a dirigerla, e questi alla sua volta, vi si è talmente dedicato, che Lagrange lo ringraziava con apposita lettera, piena di espressioni della più alta stima.

Trascenderei i limiti di un discorso accademico, se volessi fare l'analisi di quest'opera immensa di Lagrange. Dirò solo che il principio delle velocità virtuali ne è la base, e che egli ve lo ha dimostrato nel modo più semplice e generale. A voi, questo principio non torna nuovo; ve l'ho esposto ne' miei elementi di Meccanica, applicato alle macchine semplici. Uguagliando le espressioni dell'altezza del centro di gravità di un sistema qualunque, equilibrato da forze, prima e dopo un movimento geometrico impresso ai punti di loro applicazione, Lagrange ritrova l'equazione delle velocità virtuali in tutta la sua generalità. Per questo principio, egli fa, che la

Dinamica assuma la forma di un problema di statica, tanto che ne ricava come corollario la gran legge, proclamata già da Galileo: che *di tanto si guadagna in potenza e di altrettanto si perde in velocità*.

Correva l'anno 1786; la Meccanica analitica si stampava a Parigi; ed intanto a Berlino accadeva un fatto gravissimo, che doveva influire sopra Lagrange. Moriva Federico II il 17 Agosto di quell'anno, e gli succedeva Guglielmo II, suo nipote. Questo principe, sia per incuria, sia per la gravità delle condizioni politiche di quell'epoca storica, trascurava l'Accademia di Berlino, la quale tanto lustro aveva aggiunto alla Prussia. Conseguenza di questa incuria, è stata una minore considerazione pei dotti e per gli studii in genere, rispetto alla splendidissima, di cui godevano, all'incontro, sotto il gran Federico. La solitudine domestica, in cui era di nuovo caduto Lagrange, resa più trista dalla reminiscenza della sua sposa, spenta nel fiore dell'età; il dolore profondo che gli si era aggiunto per la morte di Federico II; infine, il pensiero dell'edizione della sua Meccanica, che effettuavasi a Parigi per cura di uomini sommi, dai quali egli si sentiva come attratto per antica amicizia, furono insieme causa che un giorno gli uscissero di bocca le parole: *non essere alieno di lasciare la Prussia*. Trapelatasi la cosa dai Sovrani di Sardegna, di Napoli e di Toscana, ciascuno di essi diede ordine al proprio ambasciatore, di proporre a Lagrange un posto ed un emolumento uguali

a quelli che aveva a Berlino. Se non che, essi erano di già prevenuti dall'ambasciatore francese. L'abate Marie aveva fatta proposta simile al ministro Breteil; questi, che mirava sempre a favorire l'Accademia di Parigi, trasse al suo avviso il re Luigi XVI, il quale fu sollecito a far proporre a Lagrange, oltre ai' seimila franchi all'anno, che riceveva a Berlino, l'alloggio altresì, al palazzo di Louvre. Pare che anche Mirabeau, che si trovava allora in Prussia, avesse molto cooperato per mezzo dell'ambasciatore francese presso il ministro De Vergennes, affinchè il suo Governo prevenisse le sollecitazioni degli altri Sovrani. Il fatto è, che Lagrange accettò di trasferirsi a Parigi, e che il re di Prussia vi dovette aderire, benchè molto a malincuore. Solo un patto richiese il Monarca, e fu ch'egli continuasse ad arricchire l'Accademia di Berlino de'suoi lavori; condizione, che Lagrange accettò e mantenne, come risulta dai volumi dell'Accademia stessa, degli anni 1792, 1793 e 1803.

L'ingresso di Lagrange a Parigi fu una vera ovazione; il buon Re e Maria Antonietta lo ricevettero con affabilità e distinzione; dopo di ciò, egli venne alloggiato al Louvre, dove visse in pace sino all'epoca della rivoluzione. Correva l'anno 1787 ed egli sedeva in mezzo a quella illustre Accademia, in cui il suo nome era di già iscritto, sino dal 1772, col titolo di socio straniero. Ora gli veniva aggiunto quello di *pensionario veterano*, affine di conferirgli il diritto a tutte le deliberazioni accademiche.

Nel 1788, appariva finalmente alla luce la Meccanica analitica, la quale da prima non incontrava favore che presso quei pochi che meglio la intendevano. La generalità degli altri Geometri, abituata a veder trattare gran parte della Meccanica con metodi sintetici, trovava strano di non ravvisare in quella di Lagrange, neppure una figura geometrica; e forse chi sa che alcuni di essi non l'abbiano stimata un lavoro astratto di analisi.

Comunque sia, Lagrange sentì forte dolore della fredda accoglienza fatta al suo libro; e tra per ciò, e tra perchè era preso da un poco di stanchezza, egli diede sosta ai lavori di matematica e si mise a studiare chimica, medicina e storia naturale. Non omise la filosofia e persino la storia delle religioni. Prese parte attiva nella riforma filosofica del linguaggio della chimica, e fu allora che divenne entusiasta di Lavoisier, ch'egli diceva, avea trasformata questa scienza in un ramo di matematiche applicate. Concorse pure con tutti gli sforzi all'adozione del sistema metrico decimale, e fece parte della Commissione, destinata a questa importante riforma. Nel 1791, l'Assemblea nazionale confermava con isplendido rescritto la sua pensione di sei mila franchi, e per indenizzarlo della perdita che subivano gli assegnati, il Potere esecutivo gli aggiungeva nuovi impieghi. Lo nominava membro dell'ufficio incaricato di proporre ricompense in favore delle invenzioni e scoperte utili; e nel Marzo del 1792, era egli uno dei tre amministratori della zecca. Il 31 di

Maggio del medesimo anno, Lagrange si fidanzava alla signorina Lemonnier, il cui avo, lo zio e il padre, avevano occupato od occupavano posti ragguardevoli all'Accademia. Egli aveva allora cinquantasei anni e la sposa era nel fiore dell'età. Ad onta di ciò, e della mancanza di prole, il loro affetto conjugale si è sempre mantenuto vivissimo; cementato, com'era, dalla stima reciproca e dall'abitudine di entrambi ad amare gli studii e conversare co'dotti.

All'epoca del terrore, egli non aveva nulla a temere, essendosi sempre tenuto in disparte dai partiti politici, nè altro scettro ambito, che quello della scienza. Con tutto questo, l'austero Decreto del 16 Ottobre 1793, poteva colpirlo; perciocchè per esso, ogni persona che non fosse nata in Francia, era tenuta di abbandonare il territorio della Repubblica.

Guyton de Morveau sottrasse Lagrange a questa misura, facendo sì che il Comitato di salute pubblica spicasse un decreto apposito, pel quale l'illustre Geometra era posto in requisizione, affine di continuare i calcoli della teorica dei proiettili; teorica, che in quell'epoca, romoreggiante di guerra, era preziosa al Comitato. Intanto misure di rigore si moltiplicavano, e uomini, anche più eminenti, non erano risparmiati. L'Accademia, era soppressa; per *depurare*, come si soleva dire, le Commissioni, erano stati cancellati i nomi di Lavoisier, Borda, Laplace, Coulomb e Delambre dalla Commissione sul sistema decimale. Lagrange vi era stato rispettato. A queste misure, succedevano le esecuzioni capitali;

tra le quali, le crudelissime ed assurde di Bailly e di Lavoisier. Questa strage; afflisse amaramente Lagrange, e l'indomani della morte di questo chimico, egli diceva dolorosamente al Delambre: « Non è loro » abbisognato che un momento solo per far cadere » quella testa, e cento anni forse, non basteranno » per produrne una simile ! »

Fatti così luttuosi, resero inquieti gli amici di Lagrange sul conto della sua vita, tanto che furono unanimi a proporgli di farlo reintegrare nella sua posizione a Berlino. Da prima, Lagrange vi aderì, e si rivolse ad Hérault de Séchelles per avere un passaporto. Questo gli era tosto esibito, e gli si aggiungeva una missione simulata in Prussia, per meglio assicurare il suo viaggio, quando Lagrange cangiò di avviso e, sicuro in sua coscienza, preferisce di restare.

Cessava poco dopo il regno del terrore, e secondo l'ordine naturale delle cose, esso era sostituito da uno più mite, il quale, tra i tanti miglioramenti che fece, dava opera alla riforma degli studii. Creava la scuola Normale; nominava Lagrange a Professore e, a collaboratori suoi, Laplace e Monge. La riforma veniva completata colla formazione della scuola Politecnica, la quale, stata celebre sino dal suo nascere, si è sempre mantenuta di poi nel più vivo splendore. Colà pure, le stesse eminenze dell'umano sapere, erano chiamate a professare (1).

(1) A dare un'idea come a Lagrange fossero noti da lunga mano

Posto così di nuovo nella quiete degli studii e tornato lieto di spirito, Lagrange riprendeva i suoi, di antica predilezione. Questo è bastato, perchè egli si presentasse al mondo scientifico con due opere originali, atte ciascuna a immortalare un uomo; le *Lezioni sulle funzioni analitiche* e il *Trattato intorno alla risoluzione delle equazioni numeriche*. Il loro germe si ritrova gettato in una sua Memoria sulla metafisica del Calcolo integrale, ch'egli pubblicò all'età di 26 anni. Professori di chiaro nome, tanto di Parigi, che di fuori, si mescolavano agli allievi, per ascoltare queste lezioni; Laplace e Lacroix, erano de' più assidui; e tra gli scolari si distinguevano: Poisson, Cauchy, Ampère, Malus e Plana.

Gli studii astratti, che ho rammentato, non distoglievano Lagrange da profonde meditazioni sull'astronomia. Mosso da nobile gara con Newton, ch'egli chiamava fortunato, perchè al tempo dell'illustre inglese, v'era sempre il sistema del mondo a scuoprire, egli tentava tutte le vie per misurarsi con lui in qualche altro punto dello stesso terreno.

Diede delle formule per calcolare le orbite dei

i principii di scienze. nuove per gli altri, basterebbe l'annedoto seguente. Monge esordiva l'insegnamento pubblico della *Geometria descrittiva*; la quale era stata da lui e dal Governo tenuta segreta sino allora, per tema che gli stranieri ne profittassero a perfezionare il loro sistema di fortificazioni. Lagrange si recava ad ascoltarlo, curioso di sapere su che si aggirasse quella scienza misteriosa. Uscendo dalla sala, egli diceva agli amici, che lo attorniavano: *Io non sapeva di conoscere già la Geometria descrittiva; pure vedrete ch'essa renderà Monge immortale.*

pianeti e delle comete. Per debito di critica conviene dire però, che quelle sulle comete, lasciavano qualche cosa da desiderare. Il nostro valente astronomo, Cav. Donati, ha pubblicato recentemente una Memoria postuma del Prof. Mossotti, per la quale, le formule di Lagrange sulle Comete, sono assai modificate. Per giudizioso artificio, le equazioni di Lagrange, che danno le correzioni dei *sei* elementi, sono dal Mossotti, spezzate in due; una, che ne contiene *quattro*, e l'altra *due*; sicchè il loro calcolo, tanto algebrico, che in numeri, è reso molto più semplice (*).

La stella di Buonaparte cominciava a sorgere. Coperto di allòri a Tolone, indi alla prima campagna d'Italia, egli era nominato membro dell'Istituto di Francia. Vi sedeva spesso in mezzo a Lagrange e Laplace e dirigeva al primo dei problemi nuovi, pel diletto di vederlo, per un istante, sorpreso e dubbioso a rispondere.

Ho letto con interesse, nel discorso citato del Menabrea, come molti di questi problemi, nuovi allora in Francia, e che si stimano tuttora appartenere a Napoleone, sieno stati verosimilmente attinti da lui in Italia dalla *Geometria del Compasso* del Mascheroni, matematico e poeta di chiara fama, e nella quale, come scrive il Conte con molto senno, l'astronomia è spiegata in istile degno di Lucrezio, ma con una dottrina assai più esatta di quella del gran poeta latino.

(*) Vedi *Nota II*^a in fondo.

Il Piemonte era provvisoriamente aggregato alla Francia, e il Direttorio riceveva avviso che viveva sempre a Torino nella grave età di novant'anni, il padre di Lagrange. Ecco il dispaccio, che in data del 26 frimaire, anno 7° della repubblica, scriveva Talleyrand, allora ministro degli affari esteri, al Sig. D'Eymar, commissario civile di Francia a Torino:

« Voi andrete in casa del venerabile padre dell'illustre Lagrange, e gli direte che in mezzo agli avvenimenti che si sono succeduti, i primi sguardi del Governo francese si sono rivolti verso di lui, e che vi ha incaricato di presentargli gli attestati del vivo interesse ch'egli gl'ispira ».

Il Sig. D'Eymar, accompagnato da illustri generali della Repubblica, e da cittadini ragguardevoli di Francia e di Piemonte, si portò, appena ricevuto questo dispaccio, in casa del vecchio venerando e gli diede conto della sua missione. « Padre felice, aggiunse il Commissario, godete della riconoscenza di tutti gli amici della verità. Io sono in questo momento il loro interprete. Godete della felicità di aver data la vita ad un uomo, che fa onore al genere umano col suo genio; che il Piemonte può inorgogliersi di aver veduto nascere, e che la Francia va gloriosa di annoverare tra i suoi cittadini ». Il buon vecchio rispondeva: che quel giorno era il più bello della sua vita, e finiva con pregare che si facessero accogliere al Governo francese i sentimenti della sua viva riconoscenza.

Napoleone era divenuto primo Console; indi Im-

peratore e Re. Fra le grandi qualità di quell'Eroe, la storia imparziale deve registrare in prima linea, quella di premiare largamente il merito. A titolo di riconoscenza nazionale, Lagrange veniva colmato da Napoleone dei più grandi favori; era nominato successivamente, membro del Senato; grand'Ufficiale della Legione d'onore e Conte dell'Impero. Parigi, com'era allora il convegno dei Monarchi di Europa, lo era eziandio dei dotti di tutte le nazioni, i quali vi accorrevano a visitare l'Accademia, splendore del mondo, e il sommo analista, che ne era il Duce. I suoi trionfi, non che destare gelosie, formavano la gioia comune; ed è ragione; conciossiachè sia storia costante, che dinanzi al vero sapiente, in cui, come essere suole, si associano grandi virtù, ciascun uomo, a qualsivoglia classe appartenga, s'inchina per istinto.

Correvano però, notizie inquietanti della sua salute. Le Memorie incessanti ch'egli pubblicava, le due recenti opere, che ho rammentate, infine una seconda edizione della sua Meccanica, avevano estenuato il suo corpo. Si sapeva, che la signora Lagrange, entrando un giorno nello studio del marito, lo aveva trovato disteso per terra, senza sentimento. Un forte deliquio lo aveva assalito, mentre era assorto ne'suoi lavori, e cadendo dalla seggiola, erasi percosso il capo nello spigolo di un mobile. I pronti soccorsi lo ritornarono in vita. Era questo un primo avvertimento di pensare alla salute. Egli l'intese, e gli amici e soprattutto, la Consorte amorosissima, glielo ripetevano. Finalmente la malattia, che doveva troncargli quella vita

preziosa, era giunta. Essa fu breve. Verso la fine di Marzo del 1813, fu preso da febbre, accompagnata da disappetenza, da bocca arida, da sonni agitati e da deliquii allarmanti. Nondimeno, quando ritornava in sè, ragionava con perfetto ordine. Discorreva della sua malattia cogli amici, che facevano corona al suo letto, e dava a divedere loro, ch'egli assisteva a' suoi progressi, come ad una esperienza. La mattina dell'8 Aprile, i Senatori Monge, Lacépède e Chaptal, venivano, da parte dell'Imperatore, a porgergli il gran Cordone della Riunione (1). Lagrange li ricevette con la sua solita affabilità, ed entrò con loro in una conversazione, che fu l'ultima. Da prima le sue parole si aggirarono sull'Imperatore, e sulle sue qualità di grande guerriero e di Sovrano munificente. Domandato di poi dai colleghi, del come egli si sentisse, rispose: veder bene, la sua carriera essere finita e che la diminuzione graduata di forze avrebbe già spenta dolcemente la sua vita, se non era che la Consorte affettuosissima vi si fosse opposta. S'intende ch'egli alludeva alle cure assidue della Contessa a ristorargliele. La conversazione durò circa due ore; la memoria gli mancava spesso, specialmente dei nomi e delle date. Gli amici si ritiravano, ed egli cadeva in profondo abbattimento. Due giorni appresso alle 9 ³/₄ del mattino, egli non era più. Lagrange compiva allora, 77 anni, 2 mesi e 10 giorni;

(1) L' *Ordine della Riunione*, era un ordine civile e militare creato da Napoleone I, nel 1811, in occasione che l'Olanda era aggregata alla Francia; esso sostituiva l'ordine dell' *Unione*, creato dal Re Luigi Bonaparte.

la sua malattia era durata dieci giorni, senz'altro dolore che uno stato febbrile incessante. Il suo corpo fu trasportato con grande solennità al Panteon; Lacépède e Laplace lessero ciascuno un discorso funebre (*).

L'estinzione di una vita tanto preziosa, associata alla idea che l'uomo è un atomo, rispetto all'universo, e la durata della sua esistenza, un istante impercettibile rispetto all'eternità, potrebbe trarci a conclusioni assai funeste al progresso sociale. Ad incuorarci all'operosità, basterà riflettere: che quell'atomo ha un'anima dotata di facoltà pensante, la quale essendo una immagine di quel Dio la cui potenza è vivificatrice del creato, può, anche in tale relativo istante, rendere l'uomo immortale. Sette grandi Opere speciali, ottantasei Memorie, oltre tanti manoscritti, vinceranno l'oblio della tomba, e faranno che la immagine di Lagrange riviva attraverso i secoli.

Del resto, l'età di settantasette anni, non si può riguardare breve, avuto riflesso a così immensi lavori di mente, i quali dovevano alla lunga indebolire, come fecero, le funzioni del suo stomaco. A questo, egli rimediava, con nutrimento frugale e semplice; lontano dai liquori e persino dal vino, cui sostituiva un poco di birra. Assai di rado accettava inviti alle tavole altrui, per non uscire dalle proprie abitudini. La sua attività era tale, da regolare in ciascun giorno, il lavoro dell'indomani « Lo spirito nostro è pigro, egli diceva; è d'uopo tenerlo » in esercizio, per isviluppare le forze e impedire » che si rilascino ». La modestia, era una delle sue

(*) Vedi nota III^a in fondo.

virtù principali; a tutti i quesiti che gli erano diretti, la risposta pronta che dava era invariabile: *io non so*; risplendeva gioja il suo volto, quando egli poteva esaltare il merito altrui. « Studiate Eulero, diceva, se » volete essere geometri; » e così pure, parlando di Newton « volete vedere lo spirito umano in tutta » la sua grandezza? Contemplate Newton, quando » svela le leggi dell'universo e quando nel suo gabinetto egli decompone la luce ». Al rispetto per tutti, egli univa eziandio la benevolenza; il suo scopo essendo il progresso della scienza, egli faceva concorrere più volte il suo ingegno in favore di lavori altrui. Amava moltissimo la musica, ch'egli aveva coltivato come matematico; l'andava a cercare al teatro e più spesso nelle società eleganti, ritraendone, da principio ristoro, e alla fine concentramento di idee. L'uso alla meditazione profonda, gli faceva spesso dimenticare di essere davanti ad un uditorio. Le idee nuove, che nel trattare un soggetto, gli si affacciavano improvvisi, gli troncavano la parola e lo ponevano in uno stato di vera estasi. Era edificante mirare con qual religioso silenzio, gli allievi e i Professori, che lo attorniavano, attendessero che gli fosse passata! Queste estasi lo sorprende-
vano pure nelle società; ad un tratto egli si alzava, e si approssimava ad un balcone, dove rimaneva taciturno, ad onta che nulla vi fosse da attrarre i suoi sguardi. Per quante volte sia stato pregato di lasciarsi fare il ritratto, egli si è sempre recusato; convinto, si vede, essere le qualità dello

spirito e non del corpo che debbono trasmettersi alla posterità. Il ritratto somigliantissimo che abbiamo di lui, si deve alla destrezza di un pittore, il quale colse un momento ch'egli era sonnacchioso.

Intorno al suo modo di studiare, stimo utile di dare qualche ragguaglio. Studiava sempre con la penna in mano e un libro alla volta. « Se io vi trovava, diceva Lagrange, « qualche difficoltà, la lasciava per un poco da parte; poi vi ritornava » sopra venti volte, se occorreva. Se dopo questi » sforzi, io non giungeva a sormontarla, io cercava » come un altro Geometra avesse trattato quel » punto ». Attendeva molto tempo avanti di pubblicare un lavoro; lo riguardava e correggeva più volte, come l'attestano varii manoscritti suoi, che si conservano alla Biblioteca dell'Istituto di Francia. Perfettamente istruito delle opere di matematiche antiche e moderne, egli additava le sorgenti di ogni suo lavoro, e i veri germi delle scoperte. Di qui l'ordine e la nitidezza che si riscontrano in tutte le sue Memorie, e la compiacenza particolare che infonde la loro lettura.

Ora rivolgendomi in particolare ai miei allievi, chiederò a me stesso; che consiglio debbo porgere loro nel chiudere l'elogio di Lagrange? Cooperare perchè gli si eriga un monumento degno del suo genio? Ma questo monumento, c'è già; Torino sua patria, lo possiede in una delle sue piazze principali, pel concorso di tutti gli scienziati d'Italia. Di qui l'eloquente iscrizione che porta: *A Luigi La-*

grange — *La Patria* (1). Ci sarebbe dunque un altro grande monumento da suggerire alla memoria di Lagrange, più efficace e più durevole di quello di marmo o di bronzo? Sì; e questo è lo studio delle Opere di quel grande, approfondito ed esteso tra noi, assai più che non si è fatto fin qui. L'illustre Mossotti, mi faceva notare, che sulla copertina della *Meccanica* di Lagrange, egli aveva scritto di proprio pugno, il celebre verso di Orazio esprimente, che in quel libro, egli aveva stancata la mano il giorno, e di nuovo stancata la notte.

Ciò che fece il Mossotti, sia imitato dalla gioventù italiana sui libri classici dei singoli studii, a cui si avvia, e si vedrà la Patria nostra, cui natura profuse ricchezze minerali inesauribili, ampie coste, fertile suolo, cielo delizioso, gareggiare nobilmente con l'Inghilterra, la Francia, la Germania e gli Stati Uniti di America, nella felice operosità, nello stu-

(1) Il 15 Giugno 1867, ebbe luogo a Torino l'inaugurazione solenne del monumento eretto a Lagrange. La cerimonia aveva principio con una pubblica riunione della Reale Accademia delle Scienze, che ebbe lui per fondatore. Al discorso del Presidente, Conte Federico Sclopis, seguiva l'elogio di Lagrange letto dal Generale Conte Luigi Menabrea. L'adunanza si recava dipoi in piazza Lagrange, dove si scuopriva il monumento, opera esimia del Cav. Albertoni. Lagrange vi è rappresentato al naturale, con sotto il braccio sinistro un libro, in cui è inciso *Mécanique analytique* e nella destra mano uno stilo. Vi assistevano S. A. Reale il Duca di Aosta, delegato espressamente da S. M. il Re, a rappresentarlo e la Duchessa Maria; S. M. la regina di Portogallo; la Duchessa di Genova; il Principe Tommaso ed il Principe Eugenio di Carignano; tutte le Autorità governative, civili e militari, con una folla di personaggi illustri.

dio assiduo, e nello introdurre, perfezionare ed inventare macchine, che sono la vita dei grandi lavori, dell'industria e del commercio.

L'acquisto immancabile di tali tre fonti di prosperità all'interno, di considerazione all'estero, sarà il più nobile monumento, che può sorgere in Italia ad onore del sommo Lagrange. ,

Pisa 26 Aprile 1868.

NOTA 1.^a

La lettera di Lagrange al Conte Giulio Carlo da Fagnano, della quale si parla nel testo, presenta interesse vivissimo sotto tutti i riguardi. Lo stile di questa lettera attesta la giovinezza del suo autore. Una profonda modestia vi si ammira da cima a fondo, dicendo egli nella lettera stessa che se è risoluto di stamparla, lo ha fatto, più per obbedienza all' invito del Conte, cui intitolava lo scritto, che per volontà propria; sapendo benissimo, che essendo egli appena diciottenne, aveva d'uopo di ricevere lumi e scienza, e non di somministrarne altrui. Io mi limiterò ad esporne una succinta analisi, e così aver agio di far menzione di una Nota pregevolissima del Prof. Tardy, e di un opuscolo, anche più recente, del Prof. Genocchi, che hanno rapporto collo stesso argomento.

Comincia il Lagrange a porre in chiaro la corrispondenza dello sviluppo del binomio Newtoniano $(a + b)^m$, con una sua serie, che dà il differenziale m^{mo} del prodotto di due variabili x ed y . Per meglio serbare l'analogia delle due serie, egli fa la convenzione: che come nelle potestà, l'esponente zero sta ad indicare, che qualunque quantità che l'affetta è costantemente uguale ad uno, così nella serie dei differenziali, l'esponente stesso indicherà che la variabile, che lo contiene, non va differenziata, e che quindi essa resta tale quale è. Ecco le due serie:

$$(1) \quad (a + b)^m = a^m b^0 + m a^{m-1} b^1 + \frac{m(m-1)}{1.2} a^{m-2} b^2 \\ + \frac{m(m-1)(m-2)}{1.2.3} a^{m-3} b^3 + \dots$$

$$(2) \quad (xy)^m = x^m y^0 + m x^{m-1} y^1 + \frac{m(m-1)}{1.2} x^{m-2} y^2 \\ + \frac{m(m-1)(m-2)}{1.2.3} x^{m-3} y^3 + \dots$$

Da questa analogia emerge, che, come non vi ha difficoltà a ritrovare tutti i termini dello sviluppo di $(a + b)^m$, e conseguentemente di un polinomio (m essendo un numero intero e positivo), così non ve ne ha per ottenere i termini della serie del differenziale m^{mo} del prodotto di due, e quindi di qualunque numero di variabili. Dopo ciò (e questa è la parte più importante del lavoro) egli fa notare

che se si ponga m negativo nella serie (2) dei differenziali, e si convenga che in generale:

$$dx^{-m} = \int dx,$$

essa può servire a dare l'integrale di qualunque grado del prodotto di due, e per conseguenza di quante si vogliano quantità finite od infinitesime. Così, ponendo nel suo canone (2), $m = -1$ ed $x = dx$, essa ci dà

$$(ydx)^{-1} = \int ydx = dx^{-1}y - dx^{-2}dy + dx^{-3}d^2y - dx^{-4}d^3y + \dots$$

ossia

$$(3) \quad \int ydx = y \int dx - dy \int dx + d^2y \int dx - d^3y \int dx + \dots$$

E siccome

$$\int dx = \frac{x}{1}; \quad \int dx = \frac{x^2}{1.2 dx}; \quad \int dx = \frac{x^3}{1.2.3 dx^2}$$

e in generale

$$\int dx = \frac{x^m}{1.2.3 \dots m dx^{m-1}},$$

sostituendo questi valori nella (3), avremo

$$(4) \quad \int ydx = xy - \frac{x^2}{1.2} \frac{dy}{dx} + \frac{x^3}{1.2.3} \frac{d^2y}{dx^2} - \frac{x^4}{1.2.3.4} \frac{d^3y}{dx^3} + \dots$$

che corrisponde, dice Lagrange, alla tanto celebrata serie, data la prima volta da Giovanni Bernouilli, ed inserita negli *Atti degli eruditi* del mese di Novembre 1694. A questo esempio, Lagrange, ne fa succedere un altro, per mostrare che la sua serie (2), solo col porre $m = -2$, somministra il valore dell' $\int y dady$; indi finisce la lettera con dire eh' egli tralasciava di esporre altre considerazioni su questo argomento, perchè non del tutto necessarie, nè consentanee all'intenzione sua, la quale ad altro non mirava, che di attestare al Conte il suo ossequio.

Il Prof. Tardy nella sua Nota citata, incomincia dal mostrare, come l'analogia che esiste tra la serie del differenziale m^{mo} del prodotto di più funzioni, e quella della potenza m^{ma} della loro somma, fosse stata avvertita da Leibnizio già da molto tempo. La Memoria che ne fece soggetto, non porta data, ma si trova inserita nel volume primo della *Miscellanea Berolinensis* dell'anno 1710, e

riprodotta nel tomo 3.^o delle opere di Leibnizio, pubblicate a Ginevra nel 1768 per cura di Luigi Dutens. Per meglio dimostrare quest' analogia, Leibnizio rappresenta la potenza $(x+y)^e$, con $p^e(x+y)$ e il differenziale e^{mo} di xy , con $d^e(xy)$ e scrive così :

$$(1') \quad p^e(x+y) = 1p^exp^ey + \frac{e}{1} p^{e-1}xp^1y + \frac{e(e-1)}{1.2} p^{e-2}xp^2y \\ + \frac{e(e-1)(e-2)}{1.2.3} p^{e-3}xp^3y + \frac{e(e-1)(e-2)(e-3)}{1.2.3.4} p^{e-4}xp^4y + \dots$$

$$(2') \quad d^e(xy) = 1d^exd^0y + \frac{e}{1} d^{e-1}xd^1y + \frac{e(e-1)}{1.2} d^{e-2}xd^2y \\ + \frac{e(e-1)(e-2)}{1.2.3} d^{e-3}xd^3y + \frac{e(e-1)(e-2)(e-3)}{1.2.3.4} d^{e-4}xd^4y + \dots$$

Dopo ciò, egli non manca di avvertire, che eguale analogia vi ha negli sviluppi di $p^e(x+y+z)$ e di $d^e(xyz)$, e così per quante variabili vi fossero. Nota giustamente il Prof. Tardy, che assai prima del 1710, dovette Leibnizio essere al possesso di questo teorema, dappoichè si conosce una lettera dell'autore a Giovanni Bernoulli, in cui si compiace di dargli avviso del suo ritrovato. Questa lettera porta la data del 4^{to} Maggio 1695. Del potersi poi ricavare dalla serie (2') il valore dell'integrale dell'ordine e^{mo} , del prodotto di due o più variabili, col solo porre in essa e negativo, si tace affatto. Bernoulli gli risponde l' 8^{to} di Giugno; e dopo di essersi congratulato con lui della eleganza del teorema, fa intendere, che la serie dei differenziali dovrebbe essere atta a dare altresì l'integrale. Egli si scusa di non suggerirne il mezzo, col dire che non vi ha meditato abbastanza. Ma, sia ch'egli non vi abbia più pensato, od altra ragione, il fatto sta, che poi seguendo un processo tutto proprio, egli assegna l'espressione generale dell'integrale, e torna ad ottenere, come applicazione, la sua celebre serie da lui inscritta negli Atti di Lipsia del Novembre 1694 :

$$\int ndz = nz - dn \frac{z^2}{1.2.dz} + d^2n \frac{z^3}{1.2.3.dz^2} - d^3n \frac{z^4}{1.2.3.4.dz^3} + \dots,$$

che è poi quella stessa citata da Lagrange nella lettera al Conte da Fagnano (*).

(*) L'annuncio di questa serie è stato dato dal Bernoulli a Leibnizio per mezzo di una lettera, che porta la data del 13^{to} Luglio 1695.

Questa serie porta la impronta dello sviluppo di $(dz+n)^{-1}$; malgrado ciò, continua a dire il Prof. Tardy, nessuno avvertiva ancora l'analogia degl'integrali, e delle potenze negative del binomio; e solo nel Settembre del 1695, si vede che Leibnizio ne viene in possesso; dappoichè nel *Post-scriptum* ad una sua lettera all'Hôpital Marchese di Sainte Mesme, in data del 30 Settembre egli scrive: che da $p^r(x+y)$, si deduce $d^r(xy)$; e che se si dia ad e il segno negativo ponendola per es. $= -n$, il d^e si converte in $\int^n$. Leibnizio accenna pure in

quel *Post-scriptum*, che l'analogia si può estendere al caso di e frazionario, e ne offre un esempio con la serie di $d^{\frac{1}{2}}(xy)$. Con tutto ciò, il teorema della estensione dell'analogia indicata per e qualunque, si è fatto attendere; lo ha dato nel 1832 il Sig. Liouville, e finalmente nel 1844, con metodo assai elegante, lo stesso Prof. Tardy, come risulta dalla sua citata Memoria.

La Nota che abbiamo riferita del Prof. Tardy, ha dato occasione al Prof. Genocchi, il quale ne faceva omaggio alla R. Accademia di Torino in nome di D. B. Boncompagni, di esporre la sua opinione intorno allo stesso soggetto. Egli acconsente che soltanto nel *Post-scriptum* alla lettera dell'Hôpital apparisca chiaramente avere Leibnizio avvertita l'analogia degl'integrali di un prodotto colle potenze negative di una somma; ma non è dello stesso avviso del Prof. Tardy, che fino a quel tempo, l'eminente filosofo non si fosse fatto un concetto adeguato intorno al significato del simbolo d con esponente negativo, benchè l'avesse già dichiarato, paragonando le somme alle radici. In fatti, nella famosa corrispondenza epistolare di Leibnizio e Bernoulli, si riscontra una lettera che porta la data del 28 Febbraio 1695, nella quale, Leibnizio espone in modo chiarissimo la reciprocazione tra gli integrali e i differenziali, poichè vi stabilisce che $d^{-m} = f^m$; in altri termini che $f^m d^m = 1$. E poichè, come giustamente opina il Prof. Genocchi, in questa conclusione sta propriamente, ciò che si denomina analogia degl'integrali e gli esponenti negativi, si resta sorpresi di vedere come Leibnizio attendesse tanto ad annunziare, potersi rievare l' f^n col cangiare nello sviluppo di $d^r(x, y)$, l' e in $-n$ e il simbolo d^{-n} in f^n . Recentemente, il Sig. Houël, Professore di matematiche alla Facoltà delle Scienze di Bordeaux (*), ha pub-

(*) L'illustre mio amico Prof. Houël, conosciuto per lavori pregevolissimi di alta analisi, aggiunge a questi titoli di riconoscenza dei dotti, quello esaudito di avere ri-messi in onore nell'insegnamento della Geometria, i metodi Euclidiani, che erano pressochè abbandonati da circa un mezzo secolo nelle nostre Scuole, e cooperato a fare

blicato un lucido opuscolo intorno all'argomento di questa nota (1). Ci ha fatto molto piacere di udire anche la voce di sì eminente Geometra unirsi alla nostra a far plauso al primo lavoro del giovinetto Lagrange. Nella dotta critica del suo opuscolo, egli così si esprime: « non sorprende che nel 1734, questa scoperta (la formola di » Leibnizio) non avesse ancora traversato le Alpi, e fosse perciò sconosciuta ai Geometri italiani, ed in particolare ad un giovine di diciotto anni e mezzo. A giorni nostri, malgrado la rapidità delle comunicazioni, quante scoperte mettano più di dieci anni a traversare la frontiera! » Comunque sia, ciò che mi è parso interessante che si sapesse, è questo: come Leibnizio avesse cinquant'anni quando venne in chiaro della seconda parte del suo teorema: egli ne aveva lungamente discusso con altro eminente Geometra, quale era il Bernoulli, e come all'incontro il giovinetto Lagrange, ne scoprisse ad un tempo le due parti, e benchè ne vedesse l'importanza, non si desse gran pensiero di pubblicarlo; tanto l'ingegno suo andava congiunto colla modestia!

NOTA 2.^a

Sin da quando il Prof. Mossotti semplicizzava le formole di Lagrange, pel calcolo delle orbite delle comete, egli aveva in animo di andare più oltre. Egli mirava ad investigare la patria di questi nostri lontani visitatori e determinarne il pellegrinaggio nello spazio, colla scorta del catalogo che abbiamo di un certo numero

adottare nei Licei d'Italia la Geometria di Euclide, e ciò, mediante un suo esmimo scritto, che ha il titolo seguente « ESSAI CRITIQUE || SUR LES || PRINCIPES FONDAMENTAUX || DE LA || GÉOMÉTRIE || ÉLÉMENTAIRE || OU || COMMENTAIRE || SUR LES XXXII PREMIÈRES PROPOSITIONS || DES ÉLÉMENTS D'EUCLIDE || PAR J. HÜBEL, || Ancien élève de l'École Normale, Professeur de Mathématiques pures || à la Faculté des Sciences de Bordeaux. || PARIS. || GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE || DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE IMPÉRIALE POLYTECHNIQUE, || SUCCESSION DE M. MALLET-Bachelier. || 55, quai des Grands-Augustins, 55 || 1867. »

Egli, com'era ben naturale, ha fatto parte della Società dei dotti francesi, che ha collaborato alla edizione completa delle opere di Lagrange.

(1) Quest'opuscolo, composto di 12 pagine, in 8°, è intitolato « SUR UNE || FORMULE DE LEIBNIZ || PAR J. HÜBEL || PROFESSEUR DE MATHÉMATIQUES PURES A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE BORDEAUX. || BORDEAUX || G. GUTHRIER, IMPRIMEUR DES FACULTÉS || ancien hôtel de l'Archevêché (entrée rue Guiraud, 11). || 1869. »

di esse, e del movimento cognito del nostro sistema planetario verso la costellazione di Ereole. Senza la conoscenza di questi studii, che sono tuttora inediti, il Prof. Schiaparelli ne faceva altri sullo stesso argomento. In una Memoria classica da lui pubblicata l'anno decorso, egli mette in evidenza le notabili analogie che esistono tra gli astri fuggitivi, conosciuti col nome di *stelle cadenti*, e le *comete*: tanto che ormai non si può più dubitare ch'esse appartengano ad una stessa famiglia, avente per base la *sostanza cosmica* che occupa gl'intervalli immensi tra stella e stella. Nubi di questi corpuscoli attratte dal sole, prendono, secondo lo Schiaparelli, la forma di correnti discontinue paraboliche, le quali s'intrecciano in infiniti modi, e ci pongono in comunicazione col fondo dell'universo. Esse hanno al fuoco, il sole, e sono i veicoli, per cui ci fanno visita le comete, le stelle cadenti, i bolidi e gli aeroliti. Queste stesse nubi, attratte da grossi pianeti, possono invece convertirsi in anelli chiusi, e così dar luogo ad apparizioni periodiche. La chiave della sua argomentazione sta nel fatto: che le orbite delle comete del 1862 e 66, erano perfettamente identiche a quelle delle stelle cadenti dell'Agosto e Novembre di quei rispettivi due anni. Queste meteore avrebbero formato come il corteggio, lungo lo stradale elittico di 100 e più anni della prima cometa, e di 33 della seconda. Con questa osservazione capitale, e con un'analisi, che qui non troverebbe luogo, l'illustre astronomo fa tacere il principio opposto, che dà alle stelle meteoriche una origine planetaria. La densità delle comete, anche al nucleo, è tenuissima. Una idea approssimata se ne potrebbe avere da un calcolo, che ho esposto nel Vol. V. del *Nuovo Cimento*. Rappresentando con t , la densità dell'aria, verso la superficie della terra, e con x la densità della *grande cometa del Toro*, apparsa nel 1825; con $\frac{3}{4}$ la quantità di luce che attraversa 8 chilometri di quell'aria, che si possono assumere per altezza dell'atmosfera, ridotta a densità uniforme e con $\frac{4}{5}$ la quantità di luce che conservava una stella, vista attraverso la stessa cometa, il cui diametro poteva essere valutato di 8000 chilometri, si ottiene la formula:

$$\frac{1}{4} \left(1 - \left(1 - \frac{3}{4} x \right)^{\frac{1}{5} 1000} \right) = \frac{4}{5};$$

da cui si ricava

$$x = 0,000892$$

Calecolando la quantità di materia contenuta in questa cometa, ho trovato essere uguale presso a poco a 239129772 chilometri cubici di aria atmosferica, ossia a 309241 chilometri cubici di acqua. Questa massa equivale soltanto a circa sei centesimi della massa atmosferica.

NOTA 3.^a

*Notizie intorno alla malattia e alla morte di Lagrange,
e all'autossia e imbalsamazione del suo corpo.*

Ho creduto di fare cosa grata al lettore, coll'aggiungere queste notizie, le quali riferendosi ad un grand'uomo, non mancano d'interesse. Esse sono tratte da un opuscolo intitolato « PRÉCIS HISTORIQUE || SUR LA VIE ET LA MORT || DE JOSEPH-LOUIS LAGRANGE, || Sénateur, Comte de l'Empire, Grand-Officier de la Légion-d'Honneur || et Grand-Croix de l'Ordre impérial de la Réunion; Membre bre de || l'Institut et du Bureau des Longitudes, des Académies des Sciences || de Turin, de Berlin, de Pétersbourg, de Gotttingue, etc., etc. || PAR MM. J. J. VIREY, || L'un des Auteurs du Dictionnaire des Sciences médicales, etc., Membre || de plusieurs Sociétés savantes, || ET POTEL, || Docteur en Médecine de la Faculté de Paris, etc. || PARIS, || M^{ME} V^e COURCIER, Imprimeur-Libraire pour les Mathématiques, || quai des Augustins, n° 57. || 1813. » Quest'opuscolo alquanto raro, e poco conosciuto in Italia, è stato scritto dai due amici dell'illustre scienziato, dietro notizie ch'essi avevano avute da lui medesimo e dalla rispettabile sua Sposa, e venne tenuto in molto pregio dall'universale dei dotti dell'epoca, intanto ch'esso stava in aspettativa della storia completa di Lagrange e delle sue opere, la quale era stata promessa da Laplace, ma che per isventura non è mai comparsa, nè è stata rinvenuta tra'suoi manoscritti, fatt'astrazione del breve discorso ch'egli aveva letto sulla sua tomba, nel giorno della sua inumazione al Panteon di Parigi.

La diversità degli studii, non poteva permettere ai due medici di descrivere con altrettanti dettagli le opere del defunto, come le circostanze della sua vita e della sua malattia. Il merito di avere riempita sì grande lacuna, che durava da molti mesi nella storia gloriosa del genere umano, è dovuto al Delambre. È conosciuto il suo scritto, letto dall'illustre Giovanni Battista Giuseppe Delambre nella sessione dell'Accademia delle scienze di Parigi del 3 gennaio 1814, e stampato nel volume intitolato « MÉMOIRES || DE LA CLASSE || DES SCIENCES MATHÉMATIQUES || ET PHYSIQUES || DE L'INSTITUT IMPÉRIAL || DE FRANCE. || ANNÉE 1812. || PREMIÈRE PARTIE. || A PARIS, || Chez FIRMIN DIDOT, Imprimeur de l'Institut Impérial de France, || et Libraire pour les Mathématiques, rue Jacob, n° 24. || M. DCCC. XIV. » (pag. xxxiv, lin. 4—26; pag. xxxv—lxxvij; pag. lxxvij, lin. 2—21) (*).

(*) Il medesimo scritto è stato anche recentemente ristampato nel volume in-

La età inoltrata e le gravi fatiche di mente, avevano estenuato il corpo di Lagrange, e reso soggetto a sincopi allarmanti. Queste lo sorprendeivano in seguito, o di una meditazione profonda, o di un pasto alquanto più copioso del solito o di evacuaioni alvine, le quali, soprattutto in primavera, gli si manifestavano con caratteri biliosi. Per isbarazzarsi da queste materie, egli soleva prendere dei brodi raddolciti con erbe. Intanto il suo aspetto acquistava una tinta giallastra; le sue reni s'incurvavano; dolori, analoghi a quelli di gotta vagante, gli molestavano le gambe e gonfiavano le dita delle mani, specialmente il pollice.

Causa maggiore di tale estenuazione è stata la seconda edizione della sua *Meccanica analitica*, eh'egli volle scrivere tutta di suo pugno, per meglio perfezionarla e aggiungerci grandi sviluppi. Egli trascurava per essa, perfino i suoi pasti. Il primo volume di questa seconda edizione, era apparso nel 1811, e sembra che il manoscritto del secondo non sia stato portato a prossimo compimento che verso la fine del 1812, nella sua grave età di 76 anni, coll'intenzione di farlo seguire da un terzo, il quale, per quanto si crede, doveva contenere nuove ricerche intorno al sistema del mondo, e alla astronomia, come parti integranti della *Mecanica universale*. La sincopc violenta in cui lo sorprese la Signora Lagrange, accadde nel febbraio del 1813; rinvenne in sè, senz' altro apparente effetto che una leggiera contusione al lato sinistro della testa, la quale aveva pereosso, cadendo, sullo spigolo di una tavola.

Al 28 di Marzo egli fu preso da forte freddura al capo, per la quale scorreva dalle sue narici una copiosa corizza, mescolata da strie sanguigni. Gli sopraggiunse la febbre, accompagnata da disgusto al cibo, da bocca amara e da aspetto giallastro. Volle curarsi da sè, con un grano di emetico infuso nel brodo contenente le solite erbe. Vomitò bile in gran copia, e rese delle secrezioni, che ne erano, esse pure, abbondantemente affette. In conseguenza di queste perdite, la sua debolezza crebbe; si ripeterono gli svenimenti e si ridestarono i dolori alle braccia e alle gambe. La sensibilità della sua pelle diveniva così esaltata, da non tollerare neppure le coltri del letto.

Il 2 Aprile, egli volle veder il Dottor Potel, il quale gli trovò

titolo « OUVRES || DE LAGRANGE, || PUBLIÉS PAR LES SOINS || DE M. J.-A. » ERREY, || SOUS LES AUSPICES || DE SON EXCELLENCE || LE MINISTRE DE L'IN- » STRUCTION PUBLIQUE. || TOME PREMIER. || PARIS, || GAUTHIER-VILLARS; IMPRI- » MEUR-LIBRAIRE || DE L'ÉCOLE IMPÉRIALE POLYTECHNIQUE, DU BUREAU DES » LONGITUDES, || SUCCESSION DE MALLET-Bachelier, || Quai, des Augustins, » 55. || MDCCCXVII. » (pag. 9^a, non numerata, lin. 5-21; pag. 1-11).

i soliti fenomeni alla bocca e allo stomaco: il polso intermittente, serrato, nervoso e teso; la pelle aspra e arida al tatto. Il respiro però era libero; il ventre soffice; e le urine scorrevano facilmente in quantità conveniente e di colore naturale. Lagrange che sapeva, per alcuni studii di medicina fatti in gioventù, che quest'arte è ben lungi dalla certezza matematica, acconsentiva di chiamare il medico, ma desiderava ch'egli fosse più un compagno di osservazione della sua malattia, che un prescrittore di medicine. È perciò che di tutti i consigli del Dottor Potel, egli non accolse che quello semplice di prendere una mezz' oncia di sciroppo di papavero ed un cristère. Il laudano liquido, ch'egli aveva voluto prendere in seguito, lo aveva agitato, in luogo di calmarlo. Nella sera, la febbre aumentava, e con essa, l'agitazione, l'arsione interna e l'insonnia.

Per spegnere la sete, oltre a gargarismi di acqua fresca mescolata ad acqua di Colonia, o all'aceto, egli prendeva il suo solito caffè; masticava limone, e nella sera, faceva uso di thè, con qualche goccia di questo agro. L'alimento si riduceva a gelatine di carne; pochi sparagi; a qualche prugna indolcita, e a piccola quantità di vino di Spagna. Acconsentì di prendere una bevanda composta di aceto e miele, che gli era stata prescritta dal Dottor Virey, con lo scopo di mitigare l'arsione interna, la quale si manteneva ribelle ad ogni cura.

Con questo regime, semplicemente confortativo, l'illustre malato lottava contro una febbre incessante che lo consumava, inquietandogli i sonni con sogni sinistri, prostraendone le forze con deliqui funesti, ed affannando il suo petto a segno, da essere obbligato ad avvicinarsi a finestre aperte, per avere meno penoso il respiro.

Nel mattino degli 8 aprile, si animò moltissimo nella conversazione coi Senatori Monge, Lacépède e Chaptal, che gli avevano portato da parte dell'Imperatore il gran Cordone della Riunione; parlò quasi continuamente pel corso di due ore, passando in rivista i fatti principali della sua vita. Era così lontano dal credere e da sentire di essere prossimo alla sua fine, che fattosi portare il *Moniteur* di quella mattina, lo lesse senza neppure il soccorso della lente. La notte seguente fu oltremodo laboriosa; svenne più volte; e in sul fare del giorno la prostrazione era estrema. Si chiamò allora il medico più celebre della Capitale; il Professore Portal, e questi prescrisse dei vescicanti alle gambe, ed un cristère lassativo con miele mercuriale. In quasi tutta la giornata del 9, il malato era in piena cognizione di sé; alle 10 della sera gli si applicavano i vescicanti; nella notte, cresceva l'agitazione febbrile, ed era ac-

compagnata da forti movimenti per uscire di letto; nella mattina del 10 aprile, alla respirazione difficile, si aggiungeva il rantolo.

Alle 9 $\frac{3}{4}$, Lagrange non era più.

Nella mattina dell'11 Aprile, i Signori Potel, Dottore in medicina, e Génouville, chirurgo dell'Ospedale militare di Parigi, si recavano in casa di Lagrange per fare l'autopsia del suo cadavere, alla presenza del Sig. Boudet farmacista, incaricato dell'imbalsamazione da parte del Senato. Ecco in compendio come si esprimono i due operatori nel loro rapporto.

« La parte esterna del corpo non offeriva nulla di singolare. I » vescicanti applicati alle gambe avevano incominciato ad agire.
 » Passando all'osservazione dell'organo encefalico, noi abbiamo » trovato sotto il cranio, tra la dura-madre e l'aracnoide, tre a quattro euccliajate di sierosità rossastra; la pia-madre, era leggermente flogosata. Il cervello e il cervelletto erano intatti e sani, » ma di una consistenza più solida, che non lo sieno d'ordinario » presso la maggior parte dei vecchi.

« La laringe, la trachea, i bronchi e i lobi del polmone, erano » in istato perfettamente naturale. Il cuore ci è sembrato poco voluminoso; pesava dieci once. Il calibro dell'aorta, sembrava dilatato, ed aveva 15 a 16 linee di diametro. Non abbiamo osservato alcuna dilatazione notevole, sia nella cavità del petto, sia » nel pericardio.

« L'esofago, lo stomaco, la milza, gl'intestini, il peritoneo, il mesenterio, l'epiploon, il pancreas e la vescica, erano sanissimi, » e non lasciavano scorgere veruna traccia di malattia.

« Il fegato era sano, ma la sua sostanza ci è parsa un poco più secca che non lo sia ordinariamente.

« La vescichetta del fiele era piccola; conteneva una piccola » quantità di densa bile, e alcuni calcoli biliari della grossezza, » presso a poco, di un granello di caffè. Questi calcoli si stendevano fino nel canale cistico. Nel lombo sinistro, esisteva un tumore della grossezza di un uovo di pollo, medio, ripieno di un » fluido acquoso e poco colorato ».



